

Examen de Modélisation Économétrique
Durée : 3 heures

Questions de cours :

1. Pourquoi des séries temporelles sont non stationnaires?
2. Comment rendre une série temporelle stationnaire?
3. Quand est-ce qu'un processus stochastique est ergodique ?

Problème 1:

Soit le modèle AR(2) suivant:

$$Y_t = 0,6Y_{t-1} + 0,3Y_{t-2} + e_t$$
$$\sigma_e^2 = 3.$$

1. Ce modèle est-il stationnaire?
2. Ce modèle est-il inversible?
3. Calculer $\gamma_0, \gamma_1, \dots, \gamma_5$
4. Calculer R_1, R_2, \dots, R_5
5. Réaliser le passage de ce modèle à un MA(∞) que l'on déterminera par la méthode de décomposition des fractions.

Problème 2:

Soit le modèle MA(2):

$$Y_t = e_t - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2}$$

1. Retrouver, pour différentes valeurs de τ , les valeurs des auto-covariances et des auto-correlations de ce modèle.
2. Montrer par la méthode de décomposition des fractions et sous la condition d'inversibilité que l'on peut passer d'un MA(2) à un AR(∞).
3. On donne pour ce modèle $\lambda_1 = 0,6$ et $\lambda_2 = 0,3$ les racines de l'équation caractéristique $\lambda^2 - \theta_1 \lambda - \theta_2 = 0$
Peut-on déterminer les valeurs de θ_1 et θ_2 ?

Problème 3:

Pour pouvoir élaborer un système de prévision des ventes de sa filiale, une firme multinationale a relevé pendant une période de 4 ans, les ventes trimestrielles de la filiale en question.

Les résultats de suivie sont regroupés dans le tableau suivant :

		Trimestres			
		1	2	3	4
Années	1	33	45	25	12
	2	41	41	40	9
	3	30	57	33	20
	4	54	58	36	25

1. Calculer les moyennes mobiles de longueur 4.
2. Représenter graphiquement les ventes trimestrielles et les moyennes mobiles (sur le même graphique). Qu'est ce que vous remarquez ?
3. Calculer les moyennes mobiles centrées de longueur 4.
4. Calculer les indices saisonniers pour chaque trimestre.
5. Déterminer la variation résiduelle.
6. Appliquer la méthode exponentielle de lissage avec $\theta=0,75$ et représenter graphiquement les résultats.
7. La direction de l'entreprise estime que la tendance des ventes de sa filiale est linéaire. Analyser la tendance de ces ventes en utilisant la méthode des moindres carrée.
8. Étudier la qualité de cette représentation en calculant le coefficient de détermination R^2 . Conclure.